

1982年度 2050番 稲垣 隆
1982年度 2153番 大道 正徳

1. はじめに

波動を線路に伝搬させる場合、線路が分散性と非線形性を同時に有すれば、両者がつりあい伝搬によって波形が変わらない波が励起することが知られている。この波はソリトンと呼ばれ、互いの波の衝突によっても波形が壊れない粒子的な性質を持つ。本論文では、非線形LCはしご形回路を用いてソリトンの伝搬について検討する。具体的には2つのソリトンの追越しの波形観測を行い、次に回路定数の不均一を人為的に作り、ソリトンの伝搬にどのような影響があるかを調べる。

2. ソリトンに関する理論

非線形LCはしご形回路の1ソリトン解は $V_n = F(V_0) \sinh^2 k \cdot \text{sech}^2(kn - \omega t)$

である。ここで ω^2 は、

$$\omega^2 = \frac{1}{LC(V_0)} \sinh^2 k$$

である。

ソリトンの振幅は $A = F(V_0) \sinh^2 k$
幅は $W = 1/k$

$$\text{速度は } v = \left(\frac{1}{LC(V_0)} \right)^{1/2} \frac{\sinh k}{k}$$

ただし、 k は波数で、 $k = 2\pi/\lambda$

である。

次にK-dV方程式の2ソリトン解を用いて2個のソリトンの $t \rightarrow \pm\infty$ における漸近形を求めると、 $t \rightarrow -\infty$ では振幅の小さなソリトンの左側にあるが、 $t \rightarrow +\infty$ では右側にくる。また、 $t \rightarrow -\infty$ でのソリトンが $t \rightarrow +\infty$ でも同じ振幅であられる。これから、K-dV方程式によれば振幅の大きなソリトンは小さなソリトンを追越し、2つのソリトンは追越しの前後で波形が壊れないと言える。

さて、均一な素子で構成された回路の中に1点だけ ($n = n_1$) 回路定数の異なる素子 (キャパシタンス C_0) を含むとき $n \geq n_1$ での電圧 V_n は、

$$V_n = A \alpha^{n-n_1-1} \cos \omega t$$

に従う。ここで α は $S = C_0/C$

としてたときの $\alpha = S/(S-2)$

であり、 ω は

$$\omega = \omega_0 \frac{1}{\{S(2-S)\}^{1/2}}$$

となる。ここで $C_0 < C$ のとき $\omega > \omega_0$ となるため局在振動は、遮断周波数より高い振動数をもって次第に減衰していく。

3. 実験装置

本研究では、可変容量ダイオードに逆バイアス電圧をかけることによって非線形性をもたせた。逆バイアス電圧 $V_0 = 1.5[V]$ におけるキャパシタンスは $C(V_0) = 96[pF]$ である。一方コイルは、空心手巻コイルを使用する。インダクタンスは約 $16.15[\mu H]$ である。素子間での反射の影響を最小限にするため、および隣合うコイル同士の間隔を離すために、回路は14枚のプリント基盤上に配置し合計180段で線路を構成した。回路図をFig. 1に示す。

4. ソリトンの追越し

追越し実験をバイアス電圧を $2.5[V]$ とし、入力電圧・入力周波数がそれぞれ、 $5.7[V] \cdot 4.0[MHz]$ (ソリトン1) の大きな振幅のソリトンと、 $1.3[V] \cdot 2.4[MHz]$ (ソリトン2) の小さな振幅のソリトンを伝搬させて行った。伝搬波形の観測結果をFig. 2に示す。ソリトン1がソリトン2を追い越し、かつ波形に変化がない。これからソリトンは振幅が大きいほど速度が速く、追越し・衝突などでも波形が壊れない粒子性をもっていることがわかった。

次に2つの振幅差を小さくして同様の実験を行った結果をFig. 3に示す。バイアス電圧は $1.5[V]$ とし、入力電圧・入力周波数は、大きな振幅のソリトン (ソリトン3) が $5.0[V]$ と $2.97[MHz]$ 、小さな振幅のソリトン (ソリトン4) を $2.0[V]$ と $2.25[MHz]$ とした。Fig. 3では追越しした近傍の66段においてピークが2つ存在する。これは追越し波形ではあるが、2つのソリトンが接近し1度2つの波のピークが等しくなりさらに、大きなソリトンは小なソリトンに、小さなソリトンは大きなソリトンに入れ替わり、再び分離しているとも見える。

5. 不純物のある回路におけるソリトンの伝搬

次に、回路定数が他と異なった素子 (不純物) を1段だけ挿入したときのソリトンの伝搬を考える。不純物がキャパシタンスのときの観測結果をFig. 4

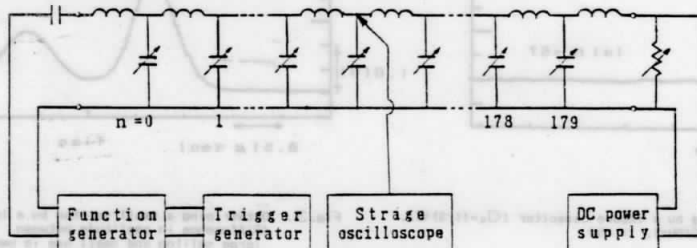


Fig. 1. Non-linear L-C ladder circuit.

に示す。実験はバイアス電圧1.5[V]、入力電圧2.0[V]、入力周波数2.2[MHz]とし、不純物 $C_0=(1/3)C$ の不純インダクタを、54段($n_1=54$)に挿入した。 $C_0 < C$ であり局在振動の存在が考えられるがFig. 3では54段において認めることができる。理論によれば局在振動の振動数は $\omega = 1.34\omega_c$ となる。ただしこの場合 $S=1/3$ であるために $\alpha=-1/5$ となり、 n_1 以降の段数で局在振動を確認することはできない。

6. まとめ

追越し実験および人為的に一部回路定数を変えた回路におけるソリトンの伝搬実験により、以下のことを確認することができた。

- 1) ソリトンは粒子性をもち追越し時、相互作用前後で波形を変えない。
- 4) 回路のキャパシタに不純物としてキャパシタンスの小さなものが存在している場合、その近傍で、振動数が遮断周波数より高い局在振動が生じる。また、このとき不純キャパシタンスのある点でソリトンの振幅は小さくなる。

実際の電気回路において抵抗による減衰はまぬがれず、厳密な意味でのソリトンの伝搬はできないと考えられる。本実験では抵抗分を小さくするよう留意して設計した回路を用いてソリトンとして扱い、ある程度理論に合った結果が得られた。ソリトンの追越しの際、2つのソリトンの振幅の差が大きいときは1度1つの波となったが、振幅の差が小さいと

きは1つのピークをもった波とはならず、大が小に、小が大に入れ替わるように変化した。このとき追越しではなく、2波の入れ替えが起こっているとすれば大きな振幅のソリトンは位相が進み、小さな振幅のソリトンは位相が遅れることが予想される。さらに振幅差により位相のずれの大きさに違いが生じることも考えられる。

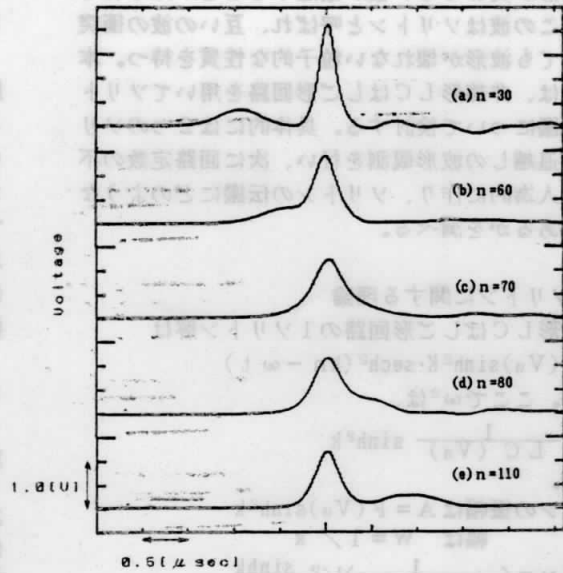


Fig. 2. Outstripping a small soliton by a large one.
Large soliton: $V_1=5.7$ (V), $f_1=4.0$ (MHz), $V_0=2.5$ (V)
Small soliton: $V_1=1.3$ (V), $f_1=2.4$ (MHz), $V_0=2.5$ (V)

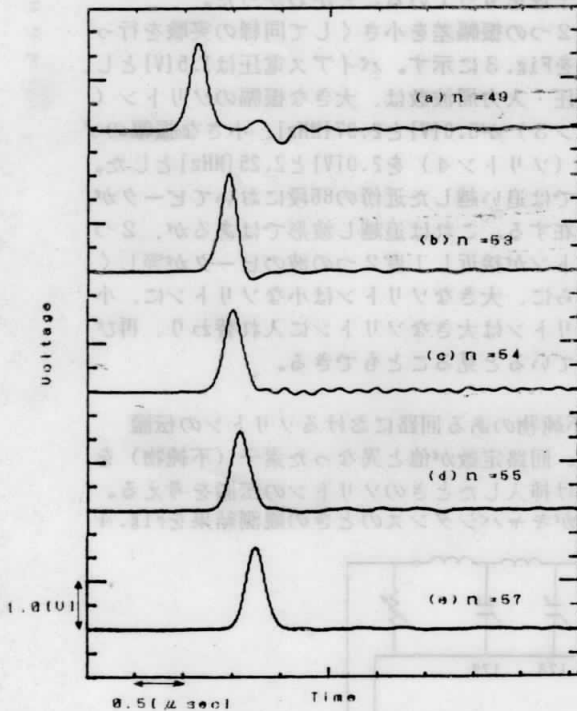


Fig. 4. Propagation of soliton influenced by a impure capacitor ($C_0=(1/3)C$).
 $V_1=2.0$ (V), $V_0=1.5$ (V), $f_1=2.2$ (MHz), $n_1=54$

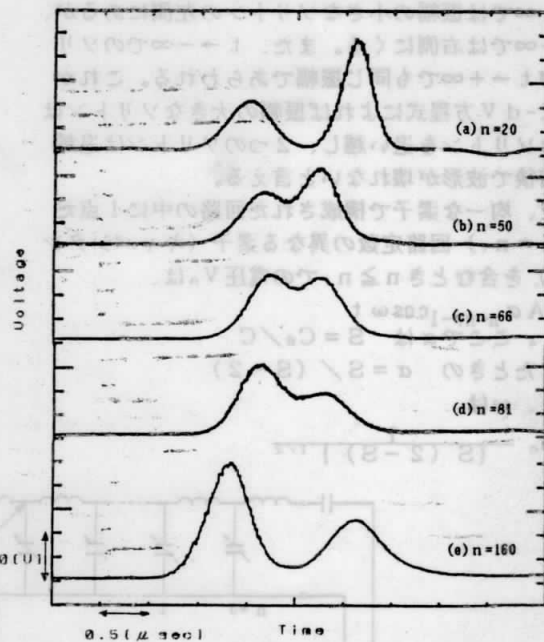


Fig. 3. Outstripping a small soliton by a large one.
(Difference in amplitude between large soliton and small one is small.)
Large soliton: $V_1=5.0$ (V), $f_1=2.97$ (MHz), $V_0=1.5$ (V)
Small soliton: $V_1=2.0$ (V), $f_1=2.25$ (MHz), $V_0=1.5$ (V)